

VẬN DỤNG MỘT SỐ MÔ HÌNH TÍCH HỢP LỊCH SỬ TOÁN TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN LỚP 8 Ở VIỆT NAM

Phạm Thị Diệu Thuý¹, Đỗ Duy Minh Hiếu², Lê Mỹ Hạnh³,
Vũ Thị Thanh Thảo⁴, Nguyễn Thị Ngọc⁵

Tóm tắt: Sự yêu thích đối với môn Toán được xem là yếu tố tiên quyết để học sinh có thể học tốt môn học này. Nhiều nghiên cứu trong nước và quốc tế đã khẳng định một trong những nội dung góp phần nuôi dưỡng sự yêu thích đó chính là lịch sử toán học. Thông qua việc tìm hiểu lịch sử toán, HS không chỉ có cơ hội khám phá quá trình hình thành và phát triển của các tri thức toán học mà còn nhận thức được rằng, đằng sau mỗi định lý, mỗi khái niệm đều là sự nỗ lực bền bỉ và sáng tạo không ngừng của các nhà khoa học, từ đó các em có động lực học tập, vượt qua các khó khăn trong học tập. Trong bài báo này, chúng tôi trình bày cách thức vận dụng hai mô hình tích hợp lịch sử toán học vào môn Toán lớp 8 tại Việt Nam. Phương pháp sử dụng trong bài báo là phương pháp nghiên cứu lí thuyết, phân tích các kết quả nghiên cứu về lĩnh vực vận dụng lịch sử toán trong dạy học, phương pháp điều tra thực trạng về các kĩ năng tích hợp lịch sử toán của các giáo viên trong nhà trường phổ thông được thực hiện với 46 giáo viên dạy toán tại các trường trung học cơ sở thuộc Hà Nội, Phú Thọ. Các ví dụ minh họa cụ thể cũng được trình bày nhằm làm rõ cách thức triển khai mô hình. Từ đó, chúng tôi cho rằng hướng tiếp cận này hoàn toàn có thể được tiếp tục phát triển và mở rộng áp dụng cho dạy học môn Toán các lớp học khác trong chương trình giáo dục phổ thông nhằm nâng cao chất lượng học tập môn Toán.

Từ khóa: mô hình tích hợp, lịch sử toán, môn toán, lớp 8

1. MỞ ĐẦU

Cuộc cách mạng 4.0 đã thực sự đem đến cho thế giới sự thay đổi mạnh mẽ. Giáo dục nhà trường cũng cần có những thay đổi để đáp ứng được chất lượng nguồn nhân lực của kỉ nguyên số. Có một thực tế rằng trong khi môn Toán ngày càng đóng vai trò quan trọng trong nhà trường góp phần hình thành nền tảng tư duy và năng lực cần thiết cho học sinh (HS) thì sự yêu thích môn Toán của HS ngày càng giảm sút. Vì vậy giáo dục cần phải có những thay đổi để nâng cao hiệu quả dạy học môn Toán trong nhà trường phổ thông. Clark (2019) cho rằng có thể xoay chuyển tình thế bằng cách nuôi dưỡng nhận thức và thái độ tích cực đối với môn học. Quan điểm của học giả này là quá trình giảng dạy môn

¹ Trường ĐHSP Hà Nội 2

² Học viên Cao học, K29, Khoa Toán, Trường ĐHSP Hà Nội 2

³ Sinh viên, K50A, Khoa Toán, Trường ĐHSP Hà Nội 2

⁴ Sinh viên, K50B, Khoa Toán, Trường ĐHSP Hà Nội 2

⁵ Trường THCS Trưng Vương, Quang Minh, Hà Nội

Toán cần được định hướng để nuôi dưỡng những nhận thức và thái độ tích cực như một điều kiện tiên quyết để đạt được sự làm chủ kiến thức một cách bền vững.

Theo các nghiên cứu trước đây, vấn đề về tích hợp lịch sử toán vào quá trình dạy học toán ở nhà trường phổ thông đã được nghiên cứu từ những năm 1960, và tăng nhanh trong 20 năm trở lại đây. Một trong những trọng tâm của các kì Đại hội thế giới về giáo dục toán học lần thứ 8, thứ 10, thứ 13 và gần đây nhất là lần thứ 14 năm 2021 đã dành sự quan tâm đặc biệt tới vấn đề về vận dụng lịch sử toán trong dạy học môn Toán. Rất nhiều các nghiên cứu của các tác giả đã đi sâu vào làm rõ mục đích, vai trò, phương pháp tích hợp lịch sử toán, thực nghiệm sư phạm về tích hợp lịch sử toán trong dạy học ở trường phổ thông, nghiên cứu các tài liệu đào tạo, bồi dưỡng GV các kĩ năng dạy học tích hợp lịch sử toán. Tất cả các kết quả nghiên cứu này đã tạo ra một bức tranh rất hệ thống về các nghiên cứu liên quan tới lịch sử toán vào quá trình dạy học toán từ quan niệm, vai trò, ý nghĩa của lịch sử toán để truyền cảm hứng cho HS, giúp HS không chỉ hiểu rõ nguồn gốc ra đời của các kiến thức toán học mà còn thúc đẩy tình yêu đối với toán học, hiểu được sự khó khăn, vất vả trong quá trình tìm kiếm các tri thức toán học để có động lực phấn đấu trong học tập môn Toán. Mặc dù lịch sử toán có ý nghĩa quan trọng như vậy, nhưng trong chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 đã không đề cập tới nội dung này một cách chính thức, trong các sách giáo khoa toán hiện nay ở trường phổ thông của Việt Nam mặc dù cũng đã đưa vào một số yếu tố của lịch sử toán nhưng cũng chưa có hướng dẫn cụ thể để giáo viên (GV) thấy được tầm quan trọng của các yếu tố này cũng như cách thức sử dụng các yếu tố đó một cách hiệu quả. Vì vậy, trong nghiên cứu này chúng tôi làm rõ những vấn đề sau:

1. Thực trạng tích hợp lịch sử toán trong dạy học môn toán ở lớp 8 trong nhà trường Việt Nam có những đặc điểm gì?

2. Mô hình nào giúp GV dạy toán ở Việt Nam có thể tích hợp được được lịch sử toán trong dạy học môn Toán?

2. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1. Quan niệm về lịch sử toán và lí do lịch sử toán có thể được triển khai trong giáo dục toán học

Tzanakis & Arcavi [9] quan niệm rằng “*Lịch sử toán học quan tâm đến việc nghiên cứu sự phát triển của các khái niệm, phương pháp và lý thuyết toán học qua các thời đại*”. Trong khi đó, Nguyễn Tiến Dũng [1] và Nguyễn Hữu Điền [2] cũng quan niệm rằng coi lịch sử toán học là nghiên cứu quá trình hình thành, phát triển, hoàn thiện các khái niệm, định lý, phương pháp toán học, gắn với tiến trình tư duy, nhu cầu thực tiễn và sự phát triển khoa học – kỹ thuật. Như vậy, có thể thấy với các quan niệm như trên các tác giả đã

nhấn mạnh đến nguồn gốc hình thành các tri thức và các phương pháp toán học, thông qua lịch sử toán chúng ta có thể nhìn thấy tiến trình tư duy của loài người, cũng như các yếu tố xã hội, văn hóa của các thời kì lịch sử.

Toán học là một ngành khoa học của suy diễn và thực nghiệm. Tính suy diễn của toán học giúp chúng ta có thể nhìn thấy toán học là một khoa học chặt chẽ, logic và chính xác. Còn khi nhìn ở góc độ thực nghiệm, chúng ta thấy được quá trình phát triển của các kiến thức toán học từ hàng nghìn năm, các kiến thức toán học là những thành tựu tuyệt vời của con người trải qua quá trình khám phá, thử và sai. Trong quá trình dạy học môn Toán ở trường phổ thông, việc học toán của HS không chỉ nhằm chiếm lĩnh được các kiến thức toán học như là sản phẩm hoàn thiện của nền văn minh của loài người mà còn cần học cả quá trình dẫn tới những kiến thức đó, được trải nghiệm quá trình hình thành các kiến thức toán học để hiểu sâu hơn về bản chất toán học cũng như khơi gợi cảm xúc, hứng thú học tập môn Toán. Một số nhà nghiên cứu chỉ ra rằng: học toán bằng lịch sử toán là con đường tự nhiên để giúp HS có thể lĩnh hội được các kiến thức toán học một cách hiệu quả. Và như vậy lịch sử toán sẽ là một tiềm năng có thể được các GV khai thác và sử dụng cho hoạt động dạy học môn Toán cho HS trong trường phổ thông.

2.2. Quan niệm về tích hợp lịch sử toán vào dạy học toán và vai trò của tích hợp lịch sử toán trong dạy học toán

Vấn đề tích hợp lịch sử toán vào quá trình dạy học toán được quan tâm nghiên cứu từ những năm 1960. Các xu hướng nghiên cứu về lịch sử toán được thể hiện qua các kì Đại hội thế giới về giáo dục toán học (ICME) lần thứ 13 năm 2016 và gần đây nhất là Đại hội lần thứ 14 năm 2021 đã khẳng định được vai trò quan trọng của việc đưa lịch sử toán vào trong quá trình giảng dạy toán học ở nhà trường phổ thông. Trong các kì Đại hội này đã khẳng định sự kết hợp giữa lịch sử toán học, giáo dục và toán học tuy có sự khác biệt nhưng lại bổ trợ cho nhau tạo nên những tiềm năng to lớn để truyền cảm hứng và có ích cho việc dạy học toán. Các vấn đề rất cụ thể đã được đưa ra thảo luận bao gồm: Lịch sử toán học có thể đóng vai trò gì trong giáo dục toán học? Mức độ tích hợp lịch sử toán học hiện nay ra sao (chương trình, sách giáo khoa, tài liệu dạy học, đào tạo GV); Làm thế nào đánh giá được vai trò của lịch sử toán cũng như lịch sử toán đóng góp tới đâu cho việc dạy và học toán học? Điều đó cho thấy vấn đề về tích hợp lịch sử toán vào dạy học toán đã được cộng đồng giáo dục toán học thế giới quan tâm rất sâu sắc.

Quan niệm về thế nào là tích hợp lịch sử toán trong dạy học toán được đưa ra bởi Tzanakis & Arcavi [8], các ông cho rằng “*Tích hợp lịch sử toán học vào giáo dục toán học là đưa các yếu tố lịch sử liên quan đến nguồn gốc và sự phát triển của ý tưởng toán học vào dạy học, nhằm làm sáng tỏ bản chất và sự phát triển của toán học*”. Trong khi đó, Karine Chemla [6], Reviel Netz [7] lại cho rằng tích hợp lịch sử toán học không chỉ

dừng ở việc đưa yếu tố lịch sử vào bài học, mà cần đặt các khái niệm toán học trong bối cảnh xã hội, văn hóa, triết học cụ thể; giới thiệu các cách chứng minh, tư duy và phương pháp toán học của nhiều nền văn minh khác nhau; đồng thời nhấn mạnh vai trò giáo dục nhân văn, bình đẳng, xóa bỏ định kiến toán học chỉ thuộc về một nhóm người hay một nền văn hóa nhất định. Phạm Văn Hoàng & Dương Thị Hiền [3] quan niệm tích hợp lịch sử toán học là hoạt động lồng ghép các nội dung lịch sử toán học – được hiểu là lĩnh vực toàn diện về kiến thức, nhân vật, văn hóa – vào bài giảng toán học, nhằm giúp HS huy động tổng hợp kiến thức và kỹ năng để giải quyết vấn đề học tập, cuộc sống. Có thể thấy rằng, các quan niệm nói trên đều hướng tới làm rõ cách thức tích hợp lịch sử toán vào bài học đó là lồng ghép, đưa các yếu tố liên quan tới nguồn gốc xuất hiện các kiến thức toán học, phương pháp tư duy toán học, tiểu sử các nhà toán học, các câu chuyện về toán học,... vào các bài học của môn toán. Với cách tích hợp như vậy, các nhà nghiên cứu cũng chỉ ra những ưu điểm nổi bật đó là: đáp ứng nhu cầu phát triển toàn diện con người, HS không chỉ giỏi tri thức mà còn có hiểu biết văn hóa, xã hội, biết tôn trọng và tự hào di sản tri thức nhân loại, có tư duy phản biện và nhân văn.

Nghiên cứu về sự ảnh hưởng của việc tích hợp lịch sử toán vào giảng dạy môn Toán có thể kể tới các nghiên cứu thực nghiệm trong các lớp học ở trường trung học phổ thông đã đánh giá hiệu quả của việc sử dụng các nguồn tài liệu lịch sử (như văn bản gốc, tiểu sử nhà toán học...) và quan sát sự thay đổi trong nhận thức và hứng thú của HS khi học toán qua lăng kính lịch sử. Quan điểm này cũng đã được thể hiện trong nghiên cứu của Tzanakis & Arcavi [9] khi đề cập tới các hình thức sử dụng lịch sử bao gồm: bài đọc, nguồn văn bản gốc, hoạt động mô phỏng, dự án nhóm... Các nghiên cứu của Christopher Hollings [5] đã nhấn mạnh rằng việc tích hợp lịch sử toán học vào giảng dạy có ảnh hưởng rõ rệt đến nhận thức của HS về bản chất của toán học. Christopher Hollings cho rằng khi HS được tiếp cận các tài liệu lịch sử, chẳng hạn như văn bản gốc hoặc bối cảnh ra đời của các định lý, HS sẽ hiểu toán học không chỉ là một hệ thống kiến thức khô cứng mà là sản phẩm của quá trình tư duy, tranh luận và sáng tạo qua nhiều thời kỳ. Ông cũng quan sát thấy rằng việc dạy học có tích hợp lịch sử giúp HS hứng thú hơn, giảm tâm lý sợ toán, tăng khả năng phân tích, tư duy phản biện và hiểu sâu hơn về ý nghĩa của khái niệm. Quan điểm này cũng được thể hiện qua các nghiên cứu thực nghiệm của ông, trong đó HS tham gia vào việc đọc tài liệu gốc, tái hiện lời giải của các nhà toán học xưa và thảo luận nhóm, từ đó hình thành thái độ học tập tích cực và tôn trọng giá trị văn hóa – lịch sử của toán học. Như vậy, có thể thấy rằng tích hợp lịch sử toán vào dạy học toán mang lại nhiều ý nghĩa hơn cho người học không chỉ là các kiến thức và năng lực toán học mà đặc biệt góp phần tạo hứng thú học tập môn Toán, tạo niềm tự hào về những giá trị của nền văn minh nhân loại tin và động lực.

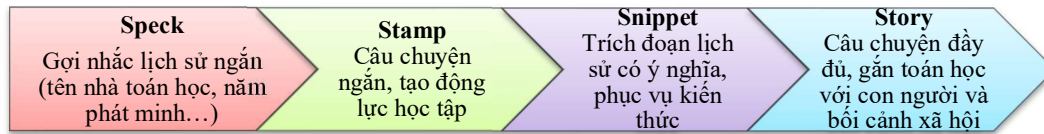
2.3. Thực trạng tích hợp lịch sử toán trong dạy học môn toán trong nhà trường THCS tại Việt Nam

Tiến hành khảo sát thực trạng tích hợp lịch sử toán trong dạy học môn toán ở trường THCS được thực hiện với 46 GV dạy toán tại các trường ở khu vực Hà Nội, Phú Thọ. Kết quả cho thấy có 92,5% GV được khảo sát thể hiện niềm tin mạnh mẽ vào vai trò khơi gợi cảm hứng học tập của yếu tố lịch sử trong môn Toán. Các GV không chỉ nhận thức được ý nghĩa nội dung, mà còn đánh giá cao giá trị cảm xúc, nhân văn và kết nối thực tiễn mà lịch sử Toán có thể mang lại cho học sinh. Mặt khác 79,2% các GV tham gia khảo sát đều đồng tình với nhận định rằng việc tích hợp lịch sử Toán là phù hợp với chương trình hiện tại. Như vậy, phần lớn các giáo viên đánh giá cao tính khả thi và không thấy có mâu thuẫn khi tích hợp yếu tố lịch sử toán vào chương trình. Khi khảo sát về kỹ năng tích hợp lịch sử toán vào dạy học toán, có 50,1% giáo viên từng ở mức độ thường xuyên thực hiện. Còn lại 49,9% GV chưa hoặc rất ít khi sử dụng. Nhìn chung, kết quả cho thấy nhiều giáo viên đã bước đầu đã có một số kỹ năng tích hợp lịch sử Toán, tuy nhiên vẫn cần được hỗ trợ chuyên môn và tài liệu giảng dạy cụ thể để mở rộng và nâng cao năng lực tích hợp hiệu quả hơn trong thực tiễn dạy học. Đặc biệt, sự hiểu biết liên quan tới mô hình tích hợp lịch sử toán vào quá trình dạy học vẫn còn hạn chế, dẫn tới các GV thấy ngại tìm hiểu, ngại vận dụng tích hợp lịch sử toán, từ đó làm mất đi cơ hội tạo hứng thú học tập cũng như niềm tin của HS vào bản thân cũng như niềm tự hào về các thành tựu của con người. Trong phần tiếp theo của bài báo này, chúng tôi xin trình bày hai mô hình tích hợp lịch sử toán cũng như các ví dụ minh họa về vận dụng hai mô hình này trong môn toán lớp 8 ở trường THCS của Việt Nam.

2.4. Vận dụng một số mô hình tích hợp lịch sử toán vào quá trình dạy học môn Toán

a) Mô hình 4S

Agterberg, Oostdam và Janssen [4] đã đề xuất mô hình 4S gồm bốn cấp độ tham chiếu lịch sử (Speck – Chi tiết nhỏ, Stamp – Dấu ấn lịch sử, Snippet – Mẫu truyện ngắn, Story – Câu chuyện hoàn chỉnh). Mô hình này ra đời nhằm phân loại và hướng dẫn GV cách tích hợp lịch sử toán học vào dạy học một cách hệ thống và hiệu quả, phù hợp mục tiêu phát triển năng lực và phẩm chất HS trong giáo dục hiện đại. Bốn cấp độ này được thể hiện trong Hình 1 dưới đây:



Hình 1. Mô hình 4S – Agterberg (2022)

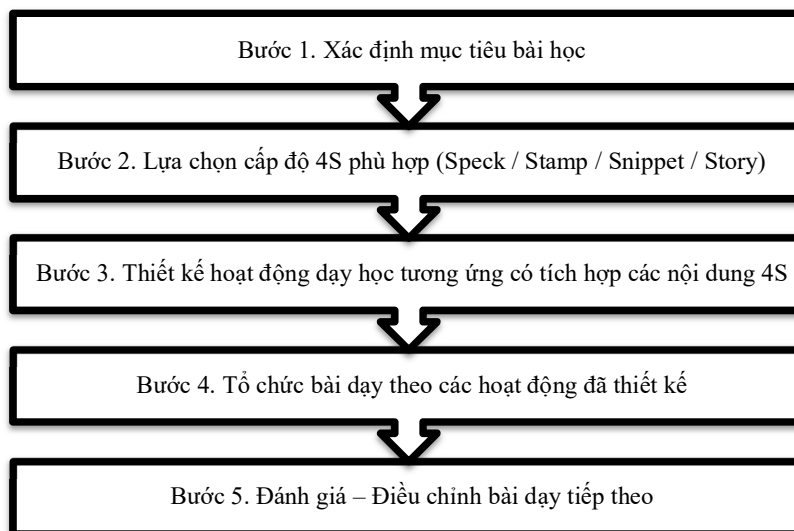
Speck là tham chiếu lịch sử rất nhỏ, thường chỉ là một từ hoặc cụm từ, chẳng hạn tên nhà toán học hoặc năm phát minh xuất hiện thoáng qua trong bài học. Speck có chức năng trang trí, gợi nhắc nhanh về tính lịch sử của kiến thức toán học.

Stamp thường là một câu chuyện ngắn, một sự thật thú vị hoặc câu nói truyền cảm hứng, nhằm tạo động lực, thu hút sự chú ý của HS.

Snippet là đoạn trích lịch sử dài hơn Stamp, có thể giải thích ý nghĩa lịch sử hoặc cách phát minh khái niệm, định lý, giúp HS hiểu sâu hơn bản chất kiến thức toán học.

Cuối cùng, **Story** là câu chuyện lịch sử đầy đủ, dài, bao gồm bối cảnh, nhân vật, tiến trình tư duy, thể hiện toán học là hoạt động của con người gắn với xã hội, văn hóa, triết học.

Quy trình sử dụng mô hình 4S trong tích hợp lịch sử toán vào dạy học toán bao gồm các bước như dưới đây:



Hình 2. Quy trình vận dụng mô hình 4S trong dạy học Toán

Có thể giải thích các bước trong quy trình trên như sau:

Bước 1: GV cần xác định mục tiêu bài học: cần thể hiện rõ được các yêu cầu cần đạt về phẩm chất và năng lực của người học; nêu được ý nghĩa nhân văn và văn hóa của toán học thông qua nội dung tích hợp lịch sử toán vào bài học.

Bước 2: GV tìm hiểu các nội dung lịch sử toán liên quan đến các kiến thức toán trong bài học và phân loại theo cấp độ 4S phù hợp. GV lựa chọn và phân loại các nội dung 4S vào từng hoạt động học tập phù hợp: Khởi động, hình thành kiến thức mới, luyện tập, vận dụng.

Bước 3: Thiết kế các hoạt động dạy học có tích hợp các nội dung lịch sử toán đó. GV có thể lồng ghép các nội dung Speck hoặc Stamp trong phần khởi động. Với các nội dung thuộc Snippet, GV có thể sử dụng trong hoạt động hình thành kiến thức mới. Với các nội dung thuộc Story, GV có thể tổ chức hoạt động đọc, thảo luận hoặc dự án nhỏ trong hoạt động luyện tập hay vận dụng.

Bước 4: Dựa theo các hoạt động đã được thiết kế ở bước trước đó, GV sẽ tổ chức bài dạy phù hợp.

Bước 5: Bên cạnh đánh giá các yêu cầu cần đạt về phẩm chất và năng lực trong bài học, GV cần đánh giá sự hiểu biết về lịch sử toán cũng như thái độ thuộc về văn hóa toán học của HS liên quan đến lịch sử toán. GV căn cứ vào kết quả đánh giá bài học để rút kinh nghiệm và điều chỉnh cho các bài học tiếp theo.

Khi được vận dụng khéo léo, 4S không chỉ khơi gợi hứng thú học tập, mà còn giúp HS hiểu sâu sắc hơn về bản chất sáng tạo của toán học. Tuy nhiên, mô hình đòi hỏi người dạy có hiểu biết lịch sử toán và kỹ năng kể chuyện tốt đảm bảo được sự cân đối về nội dung để việc dạy học tích hợp lịch sử toán đạt được hiệu quả.

Ví dụ minh họa dạy học vận dụng mô hình 4S trong dạy “Định lý Thales” ở lớp 8.

Bước 1: Xác định mục tiêu bài học.

- Giải thích được định lý Thales trong tam giác
- Vận dụng được định lý Thales trong giải quyết các bài tập toán học.
- Giải quyết được 1 số tình huống thực tiễn nhờ sử dụng định lý Thales.
- Trân trọng, tự hào về phát minh toán học sáng tạo của Thales.
- Chia sẻ được với thầy cô và các bạn về nguồn gốc ra đời của định lý Thales.

Bước 2: Lựa chọn cấp độ 4S phù hợp (Speck, Stamp, Snippet và Story)

GV sẽ tìm hiểu các yếu tố của lịch sử toán liên quan đến định lý Thales dựa theo các nguồn thông tin đáng tin cậy như sách giáo khoa, thư viện pháp luật,.. và phân loại theo các cấp độ 4S như sau:

- Speck: hình ảnh Thales và tiểu sử của ông: Thales sống vào khoảng thế kỷ VI trước Công nguyên, là một trong Bảy hiền triết của Hy Lạp cổ đại, được xem là người đầu tiên áp dụng lý luận để chứng minh hình học thay vì chỉ dựa vào quan sát, đo đạc.

- Stamp: nhân vật Thales với một giai thoại nổi tiếng: Thales đã đo chiều cao kim tự tháp Ai Cập chỉ qua cái bóng.

- Snippet: đóng vai trò chuyển giao từ lịch sử toán sang một câu chuyện ngắn về Thales là người đầu tiên chứng minh rằng nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh thứ ba thì các đoạn thẳng tạo thành có tỉ lệ.

- Story: câu chuyện hoàn chỉnh và mở rộng thêm về Thales giúp hình dung rõ hơn về con người đằng sau định lý này. Ông không chỉ là nhà toán học mà còn là nhà thiên văn, triết gia. Ông từng dự đoán được nhật thực năm 585 TCN – điều khiến nhiều người đương thời kinh ngạc. Thales trở thành người đầu tiên trong lịch sử được biết đến là người chứng minh một định lý hình học, thay vì chỉ phát biểu như người Ai Cập hay Babylon.

Bước 3: Thiết kế các hoạt động tương ứng có tích hợp các nội dung 4S

Khởi động: (Cấp độ Speck và Stamp)

- GV chiếu hình ảnh Thales, đặt các câu hỏi như: “Theo các em, ông là ai? Và vì sao một người sống cách đây hơn 2500 năm lại được gọi là *cha đẻ của hình học suy luận*”.

- HS thảo luận theo nhóm nhỏ để đưa ra ý kiến và suy nghĩ của mình về Thales. GV cung cấp thông tin ngắn gọn về Thales, nhấn mạnh vai trò của ông trong lịch sử hình học.

- Sau đó, GV kể một mẩu chuyện ngắn (dưới 2 phút): “Người ta kể rằng Thales đã từng dùng một chiếc gậy và bóng đổ của nó để đo chiều cao của Kim tự tháp Ai Cập. Khi bóng đổ của chiếc gậy có cùng chiều dài với chiều cao của nó, Thales suy ra bóng đổ của Kim tự tháp cũng bằng chiều cao của chính nó. Đây được xem là tiền đề cho việc suy luận định lý Thales về các đoạn thẳng tỉ lệ.”

- Sau khi kể xong, GV đặt câu hỏi: “Các em nghĩ gì về cách Thales đã sử dụng tư duy toán học để giải quyết vấn đề này?” HS có thể viết một đoạn ngắn về cảm nhận của mình sau khi nghe câu chuyện.

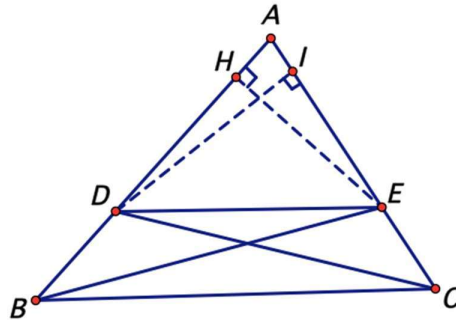
Hình thành kiến thức mới: (Cấp độ Snippet và Story)

- trích dẫn từ sử liệu Hy Lạp: “Thales là người đầu tiên chứng minh rằng nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh thứ ba thì các đoạn thẳng tạo thành có tỉ lệ”.

- đặt câu hỏi dẫn dắt: “Tại sao kết luận trên của Thales lại đúng?”

- HS tham gia vào hoạt động nhóm để thảo luận về cách chứng minh định lý Thales nói trên từ đó phát biểu định lý Thales theo ý hiểu của mình.

- Trong quá trình chứng minh định lý GV có thể đặt các câu hỏi gợi ý sau:



- Từ D và E hạ các đường cao của tam giác ADE lần lượt là DI và EH (như hình vẽ).
- Khi $DE \parallel BC$, có nhận xét gì diện tích các tam giác BDE, CDE ?
- Học sinh có thể trả lời:
- Vì $DE \parallel BC$, nên diện tích tam giác BDE bằng diện tích tam giác CDE (có chiều cao bằng nhau và chung đáy DE)
- GV có thể yêu cầu học sinh so sánh $\frac{S_{ADE}}{S_{BDE}}$ và $\frac{S_{ADE}}{S_{CDE}}$, từ đó hãy suy ra $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ (GV có thể gợi ý HS: vì các cặp tam giác ADE và BDE đều có chung chiều cao hạ từ E, cặp tam giác ADE và CDE đều có chung chiều cao hạ từ D, nên hai tỉ số đó bằng nhau)

Từ đó áp dụng tính chất của tỉ lệ thức ta có: $\frac{AD}{BD+AD} = \frac{AE}{CE+AE}$

Suy ra $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$. Khi đó ta có điều phải chứng minh.

- GV giới thiệu thêm thông tin mở rộng về ông Thales, kể thêm về các lĩnh vực khác mà Thales đã đóng góp, như thiên văn học và triết học, cùng với việc ông dự đoán nhật thực năm 585 TCN.

Luyện tập và vận dụng:

- HS có thể tham gia vào một hoạt động sáng tạo, như viết thư gửi Thales, mô phỏng lại tình huống đo bóng kim tự tháp, hoặc tạo một video ngắn về cuộc đời và sự nghiệp của Thales.
- HS có thể luyện tập lại bằng cách giải thêm các bài tập vận dụng trong sách giáo khoa, sách bài tập, tài liệu tham khảo khác để ghi nhớ định lý Thales.

- HS thảo luận về ý nghĩa của việc học toán trong bối cảnh lịch sử và hiện tại, và cách mà tư duy toán học có thể giúp họ trong cuộc sống.

- HS tự đánh giá quá trình học tập của mình. HS viết nhật ký học tập, ghi lại những điều họ đã học được về định lý Thales, cảm nhận của mình về môn toán về sự ra đời của định lý Thales, và cách áp dụng kiến thức này trong cuộc sống hàng ngày thông qua các câu hỏi như dưới đây:

Câu 1: Em đã học được những gì trong bài học định lý Thales?

Câu 2: Em có thể kể lại về nguồn gốc ra đời của định lý Thales không?

Câu 3: Từ sự ra đời về định lý Thales, em có suy nghĩ gì về việc học môn toán của em?

Câu 4: Em hãy nêu 1 số ứng dụng của định lý Thales trong cuộc sống xung quanh em.

Tóm lại, mô hình 4S khi được vận dụng một cách linh hoạt và gắn kết trong bài học về định lý Thales sẽ phát huy được vai trò tích hợp của lịch sử toán học. Mỗi cấp độ – từ Speck đến Story – đều giữ vai trò riêng biệt nhưng bổ trợ cho nhau, tạo thành một dòng chảy nhận thức: từ tò mò → ngưỡng mộ → hiểu biết → đồng cảm. Nhờ đó, bài học hình học tưởng chừng khô khan trở thành hành trình khám phá một mạch nguồn khoa học, nơi HS không chỉ học toán mà còn học làm người trí tuệ như Thales.

b) Mô hình tích hợp lịch sử toán bản địa

Mô hình tích hợp lịch sử toán học bản địa (Ethnomathematics Integration) được đề xuất bởi Rosa & Orey [8]. Ý tưởng cốt lõi của mô hình này là tích hợp toán học dân tộc học vào dạy học để kết nối toán học với văn hóa địa phương và đa dạng văn minh nhân loại. Quy trình tích hợp gồm năm bước:

Bước 1: Investigate (khảo sát), GV khảo sát hoạt động toán học trong văn hóa bản địa, nghề thủ công, truyền thống.

Bước 2: Connect (kết nối), GV kết nối hoạt động văn hóa với nội dung toán học trong chương trình.

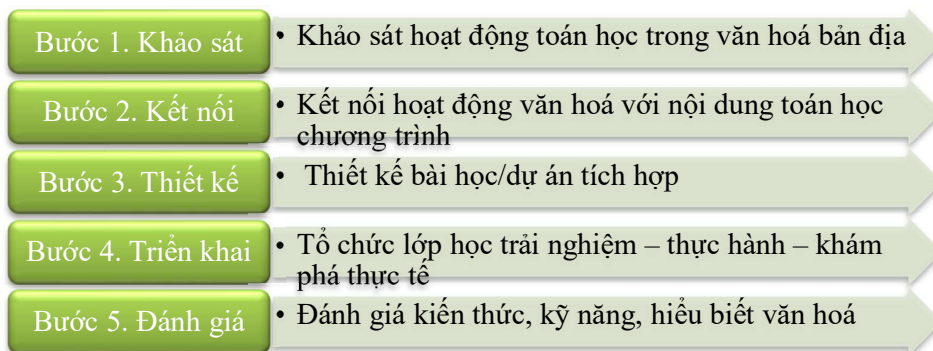
Bước 3: Design (thiết kế), GV thiết kế bài học hoặc dự án tích hợp, ví dụ đo đạc ruộng bậc thang, tính toán khung dệt vải, kiến trúc chùa tháp.

Bước 4: Implement (triển khai), GV tổ chức lớp học trải nghiệm, thực hành, dự án.

Bước 5: Evaluate (đánh giá), GV đánh giá kiến thức toán học, kỹ năng giải quyết vấn đề, hiểu biết văn hóa và thái độ tôn trọng đa dạng.

Điểm mạnh của mô hình này là tạo hứng thú, phát triển năng lực liên môn, giữ gìn bản sắc văn hóa dân tộc, đồng thời gắn toán học với thực tiễn và văn minh nhân loại. Tuy

nhiên, GV cần có kiến thức liên ngành về toán học, văn hóa, dân tộc học, và cần đầu tư khảo sát thực địa hoặc khai thác tư liệu văn hóa địa phương. Mô hình này được mô tả theo sơ đồ hình 3 dưới đây:



Hình 3. Mô hình Tích hợp lịch sử toán dân tộc.

Ví dụ minh họa – Chủ đề: Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Minh họa mô hình tích hợp lịch sử toán bản địa có thể được gắn với bài toán đếm gà cổ điển trong Đại thành Toán pháp – một văn bản toán học Việt Nam thế kỷ XV gắn với tên tuổi nhà toán học Lương Thế Vinh, giúp HS tiếp cận kiến thức toán học thông qua di sản văn hóa – lịch sử.

Bước 1. Khảo sát

Trạng Lường Lương Thế Vinh là một trong những vị trạng nguyên viết nên cuốn Đại thành Toán pháp là một trong những vị trạng nguyên nổi tiếng bậc nhất của nước ta. Một trong 4 bài toán nổi tiếng nhất của ông lưu danh sử sách đó là bài toán về tính số gà. Bài toán này không chỉ phản ánh tư duy lập luận và tính toán của người Việt xưa mà còn phản ánh bối cảnh nông thôn truyền thống – nơi chăn nuôi gia cầm gắn liền với đời sống kinh tế hộ gia đình.

Phiên âm của bài toán:

Kim hữu gia kê nhất đại quân,
 Đình tiền tụ thực tẩu phân phân.
 Nhất hùng, tam phụ, phụ ngũ tử,
 Nhất bách thất thập nhất đầu thân.
 Số nội kỷ đa hùng, phụ, tử,
 Vấn quân bổ toán đắc tương vân?

(Trích từ sách “Toán pháp đại thành” – tác giả: Lương Thế Vinh)

Dịch nghĩa:

“Có một đàn gà nhà thật đông,
 Sân trước tụ lại ăn chạy lung tung.
 Một trống, ba mái, mỗi mái năm con,
 Tổng cộng cả đàn một trăm bảy một con.
 Hỏi trong đàn có bao nhiêu gà trống, gà mái và gà con?”

(Nguồn: <https://soha.vn/cach-giai-toan-kinh-dien-cua-ong-trang-viet-khien-su-gia-trung-quoc-cui-dau-be-mat-20180428082300979.htm>)

GV giới thiệu bài toán trên để HS thấy sự gần gũi và giá trị lịch sử của toán học Việt Nam, đồng thời thấy người Việt xưa đã sử dụng toán học như thế nào.

Bước 2. Kết nối với toán học

GV dẫn dắt: “Giả sử trong một đàn gà có mối quan hệ như sau: cứ mỗi 1 gà trống đi với 3 gà mái, mỗi gà mái lại có 5 gà con. Tổng cả đàn có 171 con. Hỏi trong đàn có bao nhiêu gà trống, gà mái và gà con?”

Từ tình huống này, GV khuyến khích HS liên hệ với phương pháp lập phương trình đã học để tìm ra số lượng từng loại gà.

Bước 3. Thiết kế hoạt động

GV khởi động bài học bằng cách kể 1 bài toán được viết dưới dạng thơ trích trong cuốn Đại thành Toán pháp và đọc nguyên văn bài toán cổ “Kim hữu gia kê...” (nêu trên). Sau đó, đặt câu hỏi:

- “Người Việt xưa đã giải bài toán này như thế nào nếu chưa có ký hiệu phương trình như hiện nay?”
- “Chúng ta sẽ dùng phương pháp hiện đại để giải như thế nào?”

HS được chia nhóm, mỗi nhóm làm việc với một kịch bản khác nhau (ví dụ: thay đổi tổng số con gà hoặc tỉ lệ gà trống – mái – con) để đặt ẩn, lập phương trình, giải và kiểm tra kết quả. GV gợi ý HS so sánh cách giải hiện đại với tinh thần giải toán của người xưa (dựa vào quy tắc cộng trừ nhân chia).

Bước 4. Triển khai

HS làm việc theo nhóm nhỏ:

- Đọc hiểu bài toán cổ và chuyển sang bài tập toán phù hợp với hiện tại.
- Đặt ẩn, lập phương trình phù hợp (ví dụ: gọi x là số gà trống, từ đó biểu diễn qua x số gà mái và gà con dựa vào điều kiện).
- Giải phương trình và thảo luận về ý nghĩa kết quả trong bối cảnh thực tế.

Sau đó, các nhóm trình bày lời giải và phân tích sự hợp lý. GV khuyến khích HS nêu cảm nhận về sự thú vị khi biết người Việt xưa đã từng giải các bài toán tương tự để quản lý chăn nuôi, tính toán thuế hay sản xuất.

Bước 5. Đánh giá

GV tổ chức thảo luận lớp về giá trị của hoạt động. HS có thể được nhận xét về việc sử dụng bài toán cổ trong học tập liệu có giúp các em thấy toán học gần gũi với cuộc sống của mình.

GV cũng có thể đặt câu hỏi mở: “Nếu sống vào thế kỷ XV, em sẽ giải bài toán này ra sao mà không dùng ký hiệu phương trình?” Qua đó, HS không chỉ củng cố kỹ năng giải phương trình mà còn phát triển khả năng kết nối toán học với đời sống và lịch sử. GV đánh giá kết quả học tập dựa trên quá trình làm việc nhóm, sản phẩm bài làm, mức độ tham gia thảo luận và sự sâu sắc trong phản hồi của HS.

Nhận xét: Hoạt động dạy học này không chỉ giúp HS vận dụng kiến thức về phương trình bậc nhất một ẩn để giải quyết vấn đề thực tiễn mà còn giới thiệu di sản toán học Việt Nam thông qua bài toán cổ trong Đại thành Toán pháp. Qua việc mô phỏng và giải bài toán “Kim hữu gia kê...”, HS thấy rằng người Việt xưa đã biết tư duy lập luận, tính toán hệ thống từ lâu, từ đó nuôi dưỡng niềm tự hào văn hóa và hứng thú học toán. Việc tích hợp toán học với yếu tố lịch sử – văn hóa như vậy làm bài học trở nên sinh động, giàu ý nghĩa và khuyến khích HS học tập tích cực.

3. KẾT LUẬN

Nghiên cứu này đã khẳng định rằng việc tích hợp lịch sử toán học vào dạy học môn Toán ở trường phổ thông không chỉ góp phần nâng cao hiệu quả tiếp nhận kiến thức mà còn tạo động lực, hứng thú học tập cho học sinh. Thông qua việc tìm hiểu nguồn gốc, bối cảnh ra đời của các khái niệm, định lý và phương pháp toán học, học sinh có cơ hội trải nghiệm quá trình hình thành tri thức, từ đó hiểu sâu bản chất toán học, phát triển tư duy phân biện và hình thành thái độ học tập tích cực.

Trên cơ sở phân tích các quan điểm lý luận và thực tiễn dạy học, nghiên cứu đã phân tích thực trạng của việc dạy học toán có tích hợp lịch sử toán trong trường THCS. Kết quả cho thấy rằng GV đã thấy được lợi ích của hoạt động tích hợp này, nhưng các kỹ năng và các hướng dẫn cụ thể để thực hiện hoạt động tích hợp lịch sử toán chưa được trang bị đầy đủ. Bài báo đã trình bày cách vận dụng hai mô hình tích hợp lịch sử toán phù hợp với bối cảnh giáo dục Việt Nam: mô hình 4S và mô hình tích hợp lịch sử toán bản địa. Mô Hình 4S hỗ trợ giáo viên từng bước lồng ghép các yếu tố lịch sử toán học vào bài giảng từ đơn giản đến phức tạp, khơi gợi sự tò mò và dẫn dắt học sinh đi đến hiểu biết sâu sắc. Trong khi đó, mô hình tích hợp lịch sử toán bản địa giúp kết nối toán học với văn hóa và

thực tiễn đời sống, nuôi dưỡng niềm tự hào dân tộc và thái độ tôn trọng di sản tri thức nhân loại.

Việc vận dụng linh hoạt các mô hình này trong dạy học Toán, minh họa qua các bài học như Định lý Thales hoặc bài toán cổ trong Đại thành Toán pháp, đã cho thấy tiềm năng to lớn của lịch sử toán học trong việc làm giàu trải nghiệm học tập và phát triển toàn diện năng lực, phẩm chất cho học sinh. Kết quả nghiên cứu này mở ra hướng đi khả thi để đổi mới dạy học Toán theo định hướng phát triển năng lực, đồng thời nhấn mạnh sự cần thiết của việc đào tạo, bồi dưỡng giáo viên về kỹ năng tích hợp lịch sử toán trong chương trình giáo dục phổ thông.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được tài trợ từ nguồn kinh phí Khoa học Công nghệ của Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2 cho Đề tài Khoa học, mã số: HPU2.2025-CS.07

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Tiến Dũng (2016), *Phát triển tư duy toán học cho HS phổ thông qua dạy học có sử dụng yếu tố lịch sử toán học*, NXB Đại học Sư phạm.
2. Nguyễn Hữu Điền (2013), *Vận dụng yếu tố lịch sử trong dạy học toán ở trường phổ thông*, *Tạp chí Giáo dục*, số 317, tr. 53-55.
3. Phạm Văn Hoàng, & Dương Thị Hiền (2023), *Tích hợp lịch sử toán học trong dạy học toán ở trường phổ thông Việt Nam: Thực trạng và định hướng*, *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, 188(1), tr. 65–72.
4. D. A. Agterberg, R. J. Oostdam & F. J. J. M. Janssen (2022), *The history of mathematics in curriculum materials: The 4S-model*. *Journal of Educational Studies in Mathematics*.
5. Christopher Hollings. Book, *Mathematics across the Iron Curtain (2014)*, American Mathematical Society.
6. Karine Chemla (2012), *Histories of mathematical proofs in ancient traditions: A comparative approach*, Cambridge University Press.
7. Reviel Netz, *The origins of proof: Ancient mathematics in a comparative perspective*, *Historia Mathematica*, 61, pp.3–19.
8. Rosa, M. & Orey, D. C. (2022), *Ethnomodelling as a Research Lens in Ethnomathematics and Mathematics Education*, *Journal of Mathematics and Culture*, 16(1), pp.1-20.
9. Tzanakis, C., & Arcavi, A. (2000), *Integrating history of mathematics in the classroom: An analytic survey*. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI Study* (pp. 201–240), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

APPLYING SOME MODELS OF INTEGRATING THE HISTORY OF MATHEMATICS INTO TEACHING GRADE 8 MATHEMATICS IN VIETNAM

*Pham Thi Dieu Thuy, Do Duy Minh Hieu, Le My Hanh,
Vu Thi Thanh Thao, Nguyen Thi Ngoc*

Abstract: *A love for mathematics is considered a prerequisite for students to perform well in the subject. Many national and international studies have confirmed that one of the elements contributing to fostering this love is the history of mathematics. By exploring the history of mathematics, students not only have the opportunity to discover the formation and development of mathematical knowledge but also realize that behind every theorem and concept lies the persistent effort and continuous creativity of mathematicians. This, in turn, motivates them to study and overcome learning difficulties. In this paper, we present the application of two models for integrating the history of mathematics into teaching Grade 8 mathematics in Vietnam. The methods used in this study include theoretical research—analyzing previous studies on the use of mathematical history in teaching—and a survey on the current skills of integrating the history of mathematics among teachers in general education schools, conducted with 46 mathematics teachers from lower secondary schools in Hanoi and Phu Tho. Specific illustrative examples are also provided to clarify how the models are implemented. Based on this, we believe that this approach can be further developed and expanded to apply to mathematics teaching in other grades within the general education curriculum to improve mathematics learning quality.*

Keywords: *integration, history of mathematics, mathematics subject, Grade 8*

*(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 07-8-2025; ngày phản biện đánh giá: 26-8-2025;
ngày chấp nhận đăng: 19-9-2025)*